

Poglavlje 5

Razširjeni kvantni celični avtomati

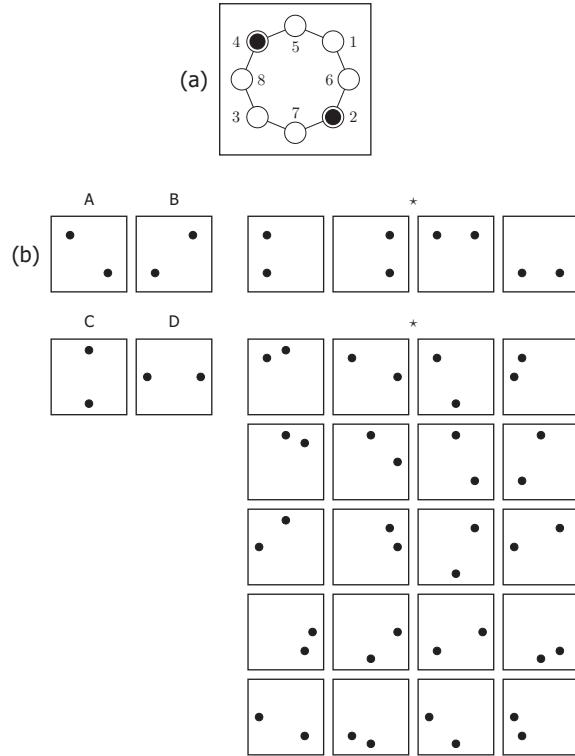
V pričajočem poglavju vpeljemo pojem *razširjene kvantne celice* (angl. *extended quantum-dot cellular automaton* - EQCA), ki z razliko od klasične QCA celice nima več samo dveh energetsko stabilnih stanj, temveč štiri. V nadaljevanju pokažemo, da vsi predhodno našteti logični primitivi iz poglavja o kvantnih celičnih avtomatih (vodilo, negator in majoritetna vrata) delujejo na dvovrednostni način tudi v strukturah realiziranih z razširjenimi kvantnimi celicami. Še več, pokažemo, da je mogoče ob takšni razširitvi realizirati nabor AND, OR in NEG trovrednostnih logičnih funkcij J. Łukasiewicza [37]. Vsebina pričajočega poglavja je bila objavljena v delih [38], [39] in je plod raziskav Laboratorijskega raziskovalnega centra za računalniške strukture in sisteme Fakultete za računalništvo in informatiko Univerze v Ljubljani.

5.1 Razširjena QCA celica

Predhodno smo si že ogledali definicijo dvostanske QCA celice s štirimi kvantnimi pikami. Njena slabost je v omejenosti na zgolj dve možni energetsko stabilni stanji. Ob predpostavki, da je z vidika realizacije na površino celice možno postaviti večje število kvantnih pik, nas zanima, kakšna bo dinamika prehajanja stanj iz nestabilnih v stabilna v tovrstnih razširjenih celicah in strukturah. Naša hipoteza je, da v primeru večjega števila pik pridemo tudi do večje zaloge stabilnih stanj elektronov v celici, kar bi lahko uporabili v domeni večvrednostnega procesiranja, saj bi s tem dobili potrebne nove nosilce logičnih vrednosti ali znakov kodnega nabora.

Predpostavimo, da definiramo celico z osmimi pozitivno nabitimi kvantnimi pikami, ki so enakomerno razporejene v krogu, premer tega kroga pa je manjši od razdalje stranice kvadrata, v katerega je vpeta posamezna klasična QCA celica. Med sosednjimi pikami predpostavimo obstoj tunelov, katerih funkcija je enaka kot pri klasičnih QCA, v posamezno celico pa zopet uvrstimo dva

elektrona. Shema omenjene celice je predstavljena na sliki 5.1a. Definirano razširjeno kvantno celico smo proglašili za osnovno entiteto razširjenih kvantnih celularnih avtomatov (angl. *extended quantum-dot cellular automata*), poimenovali pa smo jo za ternarno kvantno celico (angl. *ternary quantum-dot cellular automaton* - tQCA). Vse fizikalne zakonitosti izračunavanja stabilnih leg elektronov smo povzeli po predhodno že predstavljenem načinu izračunavanja, ki smo ga spoznali v poglavju o klasičnih kvantnih celičnih avtomatih. Na sliki 5.1b so z A, B, C in D tako označena vsa možna *stabilna stanja*, z \star pa *nestabilna stanja*, katerih nestabilnost povzroča prevlada medsebojnih odbojnih sil med elektronoma v posamezni celici. Stabilni stanji A in B po vrsti sovpadata z logičnimi vrednostmi 0 in 1, kot jih je definiral Lent, novo pridobljeni stabilni stanji pa sta C in D, katerih logični vrednosti bomo določili naknadno.



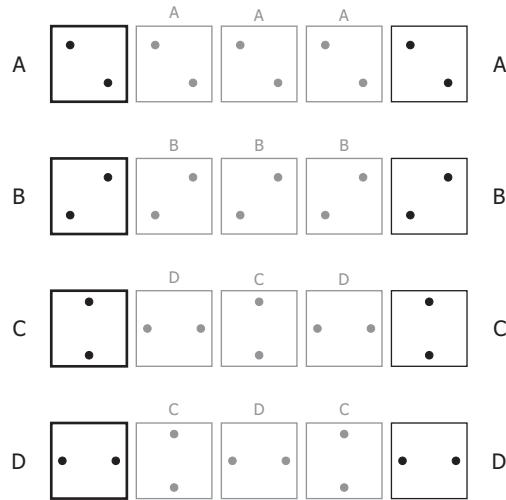
Slika 5.1: Shema tQCA celice z osmimi pikami in dvema elektronoma (a) in zaloga vrednosti vseh stabilnih ter nestabilnih stanj v tQCA celici (b).

5.2 Trovrednostno procesiranje v tQCA strukturah

Po definiciji razširjene tQCA celice kot primarnega elementa struktur tQCA smo izvedli testiranje dinamike ali logičnega delovanja nam že poznanih logičnih primitivov in sicer *vodila*, *negatorja* in *majoritetnih vrat*.

5.2.1 Dinamika v strukturi tQCA vodila

Na sliki 5.2 je predstavljena izračunana dinamika tQCA vodila za vsa možna stabilna stanja vhodnih celic. Pri tem so odebeline celice na levi *gonilniki* (angl. *drivers*), sive vmesne celice *notranje* celice in normalno očrtane celice na desni strani vodila *izhodne* celice. Iz slike je razvidno, da se stabilni stanji A in B prenašata pravilno, stabilni stanji C in D pa alternirajoče. To pomeni, da bi morali za zagotavljanje pravilnega prenosa poljubnega stabilnega stanja ali logične vrednosti v implementacijskem pogledu uporabljati lihe dolžine vodil.



Slika 5.2: Dinamika v strukturi tQCA vodila.

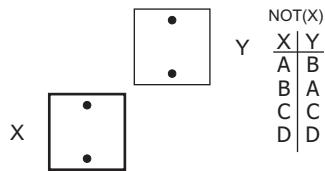
5.2.2 Dinamika v strukturi tQCA negatorja

Na sliki 5.3 je predstavljena izračunana dinamika tQCA negatorja. tQCA celica X predstavlja gonilnik, tQCA celica Y pa izhod. Iz matematično izračunane prehajalne tabele na sliki je razvidno, da se stabilni stanji A in B negirata pravilno ($A \rightarrow B \equiv 0 \rightarrow 1$, $B \rightarrow A \equiv 1 \rightarrow 0$), stanji C in D pa se v takšnem negatorju ohranjata.

Na tem mestu preidimo na notacijo trovrednostnega kodnega zapisa po Łukasiewiczu ($D_3 = \{0, 1, 2\}$) [31]. V tem kontekstu izenačimo stabilno stanje A s kodnim znakom 0 in stabilno stanje B s kodnim znakom 2. Če poleg tega na tem mestu izenačimo stabilni stanji C in D z logično vrednostjo 1, smo s tQCA realizacijo negatorja zadostili pravilnosti tabeli negacije po Łukasiewiczu, ki predvideva, da se negacija trovrednostne logične vrednosti 1 izvede po izrazu

$$x = 1 \rightarrow \bar{x} = 1. \quad (5.1)$$

Z izenačitvijo sistemskih stanj C in D z logično vrednostjo 1 smo odpravili tudi problem alternirajoče linije, saj se tako logična vrednost 1 prenaša običajno brez alterniranja, navkljub temu da nosilni stanji C in D alternirata.



Slika 5.3: Struktura tQCA negatorja in njegova izračunana pravilnostna tabela.

5.2.3 Dinamika v strukturi tQCA majoritetnih vrat

Do sedaj smo ugotovili, da v tQCA celici z osmimi kvantnimi pikami, ki so enakomerno razporejene v krogu, obstajajo štiri stabilna stanja in sicer A, B, C in D. Ob predhodni obravnavi tQCA vodila smo pristali na omejitev njegove uporabe le na vodila lihih dolžin. Slednja omejitev je aktualna, če hočemo striktno razlikovati med nosilnima vrednostima C in D. Dodatno omejitev nam prinese tQCA negator, ki nas je privedel do izenačitve logičnih vrednosti nosilcev stanj C in D. Odtod lahko naredimo hipotetično izhodišče za nadaljnjo obravnavo tQCA struktur, ki temeljijo na Łukasiewiczevi trovrednostni logiki, v sledečih dveh alineah:

- stanje A sovpada z logično vrednostjo 0, stanje B pa z logično vrednostjo 2; stanji C in D sovpadata z logično vrednostjo 1; s tem predpostavljamo, da imamo za eno logično vrednost dve različni stanji nosilca signala;
- predpostavimo, da v poljubno enostavno ali kompleksnejšo tQCA logično strukturo ne bo moglo niti vstopati, niti izstopati stabilno stanje D nosilca logične spremenljivke; omenjeno stabilno stanje nosilca logične spremenljivke bo dovoljeno le v delovnih notranjih celicah; ugotovimo lahko, da vodilo in negator, v katera ne vstopa preko nosilca logične vrednosti stabilno stanje D, omenjeni kriterij izpolnjujeta; slednje velja samo v primeru, če se omejimo na lihe dolžine linij;

Glede na navedene predpostavljene omejitve s tem pristajamo na zalogu logičnih vrednosti $\{0, 1, 2\}$, z vidika nosilca vhodnih in izhodnih vrednosti logičnih spremenljivk na zalogu stanj $\{A, B, C\}$, z vidika nosilca vrednosti logičnih spremenljivk notranjih celic pa na zalogu stanj $\{A, B, C, D\}$.

Na sliki 5.4 je predstavljena izračunana pravilnostna tabela za tQCA majoritetna logična vrata. Glede na to, da vhodna logična spremenljivka S predstavlja le stikalo, ki izbira med logičnima funkcijama AND in OR, nas zanimajo le tiste vhodno izhodne kombinacije pravilnostne tabele, pri katerih je vhodna vrednost stikalna $S = A = 0$ (izbira AND funkcije) ali $S = B = 2$ (izbira OR funkcije). Omenjene vrednosti se nahajajo v prvih dveh levih stolpcih pravilnostne tabele na sliki 5.4. Istočasno iz opazovanja izpustimo vse tiste vhodno izhodne kombinacije, pri katerih je x_1 ali x_2 po vrednosti D, ker smo se tej vrednosti vhodne logične spremenljivke predhodno že odpovedali. Tako so za analizo delovanja majoritetnih tQCA vrat relevantni le vhodni vektorji in izhodne vrednosti, podani v osenčenih segmentih prvih dveh stolpcev na levem delu slike 5.4.

| $S \ X, X_2 Y$ |
|------------------|------------------|------------------|------------------|
| A A A A | B A A A | C A A A | D A A D |
| A A B A | B A B D | C A B C | D A B D |
| A A C A | B A C C | C A C C | D A C A |
| A A D D | B A D D | C A D A | D A D D |
| A B A D | B B A B | C B A C | D B A D |
| A B B B | B B B B | C B B B | D B B D |
| A B C C | B B C B | C B C C | D B C B |
| A B D D | B B D D | C B D B | D B D D |
| A C A A | B C A C | C C A C | D C A D |
| A C B C | B C B B | C C B C | D C B D |
| A C C C | B C C C | C C C C | D C C C |
| A C D D | B C D D | C C D C | D C D D |
| A D A D | B D A D | C D A A | D D A D |
| A D B D | B D B D | C D B B | D D B D |
| A D C A | B D C B | C D C C | D D C D |
| A D D D | B D D D | C D D D | D D D D |

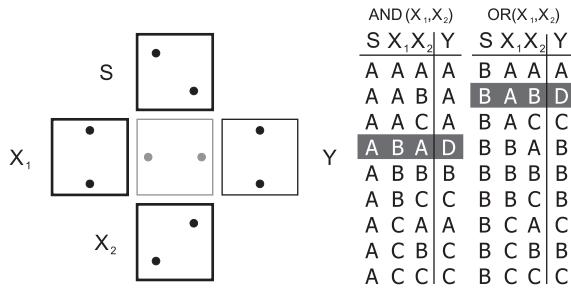
Slika 5.4: Izračunana pravilnostna tabela za tQCA strukturo majoritetnih logičnih vrat.

Na sliki 5.5 je predstavljena shema tQCA strukture majoritetnih vrat, na osnovi katere je bil narejen izračun pravilnostne tabele s slike 5.4 in nam zanimiv povzetek izračunane pravilnostne tabele glede na predhodno podanah omejitev. Funkcijo krmilnega vhoda lahko zapišemo z izrazoma

$$S = A = 0 \rightarrow AND(x_1, x_2), \quad (5.2)$$

$$S = B = 2 \rightarrow OR(x_1, x_2). \quad (5.3)$$

V izračunanih pravilnostnih tabelah operatorjev AND in OR na sliki 5.5 so glede na predhodne omejitve povzeti iz prevajalne tabele iz slike 5.4 le izhodi tistih vhodnih vektorjev (glej osenčene primere iz omenjene slike), ki so za naš primer relevantni. Ugotovimo lahko, da se trovrednostna majoritetna funkcija pri večini vhodnih vektorjev odziva ustrezno (po Łukasiewiczovih pravilnostnih tabelah), v dveh primerih (glej zatemnjene vhodne in izhodne vrednosti v izračunani pravilnostni tabeli na sliki 5.5) pa pride do polarizacije v stabilna



Slika 5.5: Shema strukture tQCA majoritetnih vrat in povzetek njihove izračunane pravilnostne tabele.

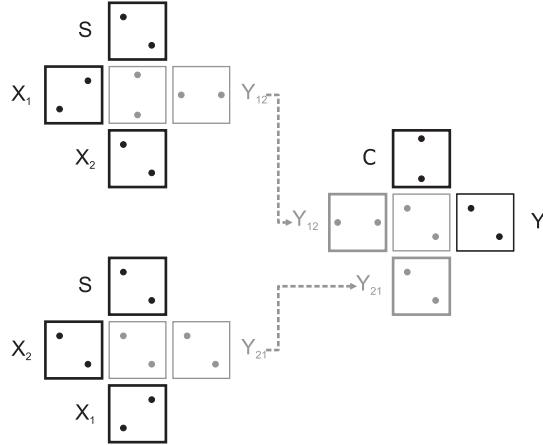
stanja, ki ne sovpadajo s pravilnostnimi tabelami po Łukasiewiczevi trovrednostni logiki. Prvi napačni odziv dobimo pri izvajanjju operacije AND pri vhodnih vrednostih 2 in 0 ($S = 0 = A, x_1 = B = 2, x_2 = A = 0, y = D$), drugega pa pri izvajanjju operacije OR pri vhodnih vrednostih 0 in 2 ($S = 2 = B, x_1 = A = 0, x_2 = B = 2, y = D$). V obeh primerih napačnega odziva dobimo na izhod vrednost D, ki smo jo predhodno že izključili iz množice možnih stanj vhodnih in izhodnih celic (ne pa tudi iz množice možnih stanj notranjih celic). S tem se nam je podrla hipoteza, da bomo v tQCA majoritetnih vratih lahko vršili običajne dvovrednostne funkcije AND in OR in s tem posledično tudi hipoteza o možnosti izvajanja preklopne logike po Łukasiewiczevi trovrednostni logiki.

5.2.4 Nadgradnja tQCA majoritetnih vrat

V prejšnjem razdelku smo predstavili delno pravilno izvajanje logičnih funkcij AND in OR v tQCA strukturi majoritetnih vrat. Cilj pričajočega razdelka je najti ustrezno dopolnitev ali alternativno tQCA strukturo za realizacijo majoritetnih vrat, ki bi delovala po Łukasiewiczevi trovrednostni logiki. Za slednjo vemo, da ima pri vstopajočih vrednostih A in B značilnosti dinamike dvovrednostne logike.

Postopka dopolnitve tQCA strukture majoritetnih vrat se polotimo na osnovi naslednjega razmisleka. Iz izračunane prehajalne tabele na desnem delu slike 5.5 lahko razberemo, da je težava z napačno izračunano izhodno vrednostjo odvisna od vrstnega reda vrednosti vhodnih spremenljivk. Povedano drugače, do napačnega rezultata (v obeh primerih je to rezultat D) pride le v primerih AND(2, 0) (torej ko je $(S, X_1, X_2) = (A, B, A)$) in OR(0, 2) (ko je $(S, X_1, X_2) = (B, A, B)$), medtem ko je v primerih AND(0, 2) ($(S, X_1, X_2) = (A, A, B)$) in OR(2, 0) ($(S, X_1, X_2) = (B, B, A)$) rezultat pravilen. Omenjeno dejstvo je mogočno preprosto izkoristiti za pridobitev tQCA strukture, na osnovi katere bi bil izračun tabel željenih logičnih funkcij pravilen.

Rešitev bomo zasnovali na strukturi treh povezanih tQCA majoritetnih funkcij, ki je predstavljena na sliki 5.6. V funkcijo Y_{12} vstopata vrednosti prvotnih vhodnih spremenljivk x_1 in x_2 , v funkcijo Y_{21} pa vrednosti istih spremenljivk v



Slika 5.6: Shema nadgradnje tQCA strukture majoritetnih logičnih vrat.

zamenjanem vrstnem redu. Omenjeni par majoritetnih funkcij nam bo zaradi simetričnosti izhodov pri večini vhodnih kombinacij vrnil enaki izhodni vrednosti. Pod pojmom večine smatramo vse tiste izhodne vrednosti, ki smo jih predhodno že smatrali kot pravilne. Iz izračunane prevajalne tabele na sliki 5.5 je namreč razvidno, da veljajo izrazi

$$AND(A, A) = A, AND(B, B) = B, AND(C, C) = C, \quad (5.4)$$

$$AND(C, A) = AND(A, C) = A, \quad (5.5)$$

$$AND(C, B) = AND(B, C) = C, \quad (5.6)$$

$$OR(A, A) = A, OR(B, B) = B, OR(C, C) = C, \quad (5.7)$$

$$OR(C, A) = OR(A, C) = C, \quad (5.8)$$

$$OR(C, B) = OR(B, C) = B. \quad (5.9)$$

Na osnovi predhodno naštetih logičnih izrazov tako lahko predvidevamo, da bo tretja tQCA majoritetna funkcija Y enake vhode ohranjala tudi na izhodu, kar nam z vidika pravilnosti delovanja celotnega trojčka tQCA majoritetnih funkcij ustreza.

Sedaj moramo preveriti še odziv funkcije Y na preostalih dveh prvotnih problematičnih vhodnih vektorjih ($AND(2, 0)$ in $OR(0, 2)$). V prvem primeru bo tretja majoritetna funkcija na vhod prejela kombinacijo stanj $AND(2, 0) = D$ in $AND(0, 2) = A$ in $OR(2, 0) = B$ in $OR(0, 2) = D$. V tem primeru pričakujemo od funkcije Y , da na izhod posreduje pravilni decizijski vrednosti, ki sta za AND vrata A in OR vrata B. Poslošeno lahko majoritetni funkciji v primeru razlikovanja vrednosti vhodnih spremenljivk pripisemo funkcijo prevajanja vrednosti x , če na vhodu nastopi par vrednosti (x, D) ali (D, x) . Ob temeljitevsem

pregledu izračunane prevajalne tabele na sliki 5.4, ugotovimo, da ima takšni karakteristiki prenosa enakih vhodnih vrednosti (ohranjanje paroma vstopajočih enakih vrednosti) in eliminacije vrednosti D v različnih vstopajočih parih (kjer vrednost D nastopa) majoritetna funkcija v tretjem stolpcu z leve, kjer je stikalna vrednost fiksirana na vrednost C. S tem ugotovimo, da mora v strukturi treh majoritetnih vrat funkcijo Y vršiti tQCA majoritetna struktura s fiksnim gonilnikom z vrednostjo C.

Na koncu podajamo še izračunano prevajalno tabelo popravljene (razširjene) majoritetne funkcije Y. Nahaja se na sliki 5.7. Popravljena struktura deluje logično pravilno v domeni Łukasiewiczeve trovrednostne logike, je pa z načinom razširjave postala prostorsko obsežnejša. S tem smo dobili deluječe tQCA lo-

| S X ₁ X ₂ | S X ₁ X ₂ Y ₁₂ | S X ₂ X ₁ Y ₁₂ | C Y ₁₂ Y ₂₁ Y | Y | |
|---------------------------------------|---|---|-------------------------------------|---------|---|
| 0 0 0 | A A A A | A A A A | C A A A | 0 | |
| 0 0 1 | A A C A | A C A A | C A A A | 0 | |
| AND(X ₁ , X ₂) | 0 0 2 | A A B A | A B A D | C A D A | 0 |
| | 0 1 0 | A C A A | A A C A | C A A A | 0 |
| | 0 1 1 | A C C C | A C C C | C C C C | 1 |
| | 0 1 2 | A C B C | A B C C | C C C C | 1 |
| | 0 2 0 | A B A D | A A B A | C D A A | 0 |
| | 0 2 1 | A B C C | A C B C | C C C C | 1 |
| | 0 2 2 | A B B B | A B B B | C B B B | 2 |
| | 2 0 0 | B A A A | B A A A | C A A A | 0 |
| | 2 0 1 | B A C C | B C A C | C C C C | 1 |
| | 2 0 2 | B A B D | B B A B | C D B B | 2 |
| OR(X ₁ , X ₂) | 2 1 0 | B C A C | B A C C | C C C C | 1 |
| | 2 1 1 | B C C C | B C C C | C C C C | 1 |
| | 2 1 2 | B C B B | B B C B | C B B B | 2 |
| | 2 2 0 | B B A B | B A B D | C B D B | 2 |
| | 2 2 1 | B B C B | B C B B | C B B B | 2 |
| | 2 2 2 | B B B B | B B B B | C B B B | 2 |

Slika 5.7: Shema izračuna prevajalne funkcije za nadgrajeno tQCA strukturo majoritetnih logičnih vrat.

gične primitive AND, OR in NEG, ki pa v domeni Łukasiewiczeve trovrednostne logike žal ne predstavljajo polnega funkcionalnega nabora. Pri tem poudarimo, da omenjeni tQCA logični primitivi izvajajo tako klasične dvovrednostne logične funkcije, kot tudi trovrednostne logične funkcije po Łukasiewiczu.

Problema iskanja deluječih tQCA majoritetnih logičnih vrat bi se lahko lotili tudi na drugačne načine. Eden od možnih bi bil npr. *popolno preiskovanje prostora razporeditve tQCA celic*, ali *preiskovanje prostora z genetskimi algoritmi*. V delih [40], [41] in [42] najdemo nekaj pristopov k reševanju omenjenega problema na osnovi vpeljave adiabatnosti ali časa, česar naša predstavljena rešitev ni vsebovala.

5.3 Povzetek poglavja

V pričujočem poglavju smo predstavili razširjeno kvantno celico tQCA in delovanje osnovnih tQCA struktur, ki temeljijo na tQCA celici. Z matematičnim modelom smo potrdili hipotezo, da povečanje števila kvantnih pik, med katerimi

je mogoče tuneliranje, omogoča ne samo dvostanjsko, temveč tudi večstanjsko procesiranje. Za primer realizacije procesiranja v prostoru večstanjske logike smo se naslonili na Łukasiewiczeve postulate trivrednostne logike. Z vidika računalništva, ki temelji na procesiranju, prenašanju in pomnjenju, so predstavljene tQCA strukture zmožne ostrega (ang. *crisp*) procesiranja, prenosa in hranjenja podatkov v trostanjskem okolju.

Literatura

- [1] “The scale of things.” <http://science.energy.gov/bes/community-resources/scale-of-things-chart/>, September 2016.
- [2] M. Hak, *The MEMS Handbook*. CRC Press, 2002.
- [3] M. Mack, “The multiple lives of Moore’s law,” *IEEE Spectrum*, vol. 4, pp. 29–35, 2015.
- [4] D. Kodek, *Arhitektura in organizacija računalniških sistemov*. Bi-Tim, Slovenija, 2008.
- [5] *From editors of Scientific American: Understanding nanotechnology*. Warner Books, ZDA, 2002.
- [6] “2001: A Space Odyssey,” 1968.
- [7] A. Adamatzky, B. Costello, and T. Asai, *Reaction diffusion computers*. Elsevier, 2005.
- [8] B. Hayes, “Third base,” *American Scientist*, vol. 89, no. 6, 2001.
- [9] W. Aspray, *John Von Neumann and The Origins Of Modern Computing*. The MIT Press, England, 1990.
- [10] “There’s Plenty of Room at the Bottom.” https://en.wikipedia.org/wiki/There%27s_Plenty_of_Room_at_the_Bottom/, September 2016.
- [11] E. Regis, *Nano – the emerging science of nanotechnology*. BackBay Books, 1995.
- [12] C. Lent, P. Tougaw, W. Porod, and G. Bernstein, “Quantum cellular automata,” *Nanotechnology*, vol. 4, 1993.
- [13] C. Lent and P. Tougaw, “Lines of interacting quantum-dot cells: a binary wire,” *Journal of Applied Physics*, vol. 74, 1993.
- [14] I. L. Bajec and M. Mraz, “Večstanjsko procesiranje v strukturah kvantnih celičnih avtomatov,” *Elektrotehniški vestnik*, vol. 73, no. 2-3, 2006.

- [15] P. Pečar, "Uporaba adiabatnega pristopa pri realizaciji trojiškega procesiranja na osnovi kvantnih celičnih avtomatov," Master's thesis, Faculty of computer and Information science, University of Ljubljana, 2007.
- [16] G. Snider, A. Orlov, I. Amlani, and G. Bernstein, "Quantum-dot cellular automata: line and majority logic gate," *Japanese Journal of Applied Physics*, vol. 38, 1999.
- [17] K. Walus, T. Dysart, G. Jullien, and R. Budiman, "Qcadesigner: a rapid design and simulation tool for quantum dots cellular automata," *IEEE Transactions on Nanotechnology*, vol. 3, 2004.
- [18] T. Cole and J. Lusth, "Quantum-dot cellular automata," *Progress in Quantum Electronics*, vol. 25, 2001.
- [19] Z. Kohavi, *Switching and finite automata theory*. McGraw-Hill Inc., USA, 1978.
- [20] M. Niemier and P. Kogge, *Nano, Quantum and Molecular Computing - Implications to High Level Design and Validation*, ch. Origins and Motivations for Design Rules in QCA. Kluwer Academic Publishers, Boston, 2004.
- [21] "Reverzibilnost procesiranja." <http://strangepaths.com/reversible-computation/2008/01/20/en/>, Oktober 2016.
- [22] B. Hayes, "Reverse engineering," *American Scientist*, vol. 94, 2006.
- [23] P. R. Yelekar and S. S. C. Hanson, "Introduction to reversible logic gates and its application," *International journal of computer applications*, 2011.
- [24] S. M. R. Taha, *Reversible logic synthesis methodologies with application to quantum computing*. Springer, Switzerland, 2016.
- [25] P. J. Denning and T. G. Lewis, "Computers that can run backwards," *American Scientist*, vol. 105, no. 5, 2017.
- [26] "Reversible." <http://www.eng.fsu.edu/\symbol{126}mpf/pubs.htm>, Maj 2015.
- [27] "Reversible." <http://www.cise.ufl.edu/research/revcomp/>, Maj 2015.
- [28] K. Perumalla, *Introduction to Reversible Computing*. Chapman & Hall/CRC Press, 2014.
- [29] H. Stöcker, *Matematični priročnik z osnovami računalništva*. Tehniška založba, Slovenija, 2006.
- [30] "Radix economy." https://en.wikipedia.org/wiki/Radix_economy, October 2017.
- [31] D. Miller and M. Thornton, *Multiple Valued Logic, Concepts and Representations*. Morgan and Claypool Publishers, USA, 2008.

- [32] “Balanced ternary - Wikipedia.” https://en.wikipedia.org/wiki/Balanced_ternary/, September 2016.
- [33] J. Connelly, C. Patel, and A. Chavez, “Ternary Computing Testbed 3-Trit Computer Architecture,” tech. rep., California Polytechnic State University of San Luis Obispo advised by Professor Phillip Nico, 2008.
- [34] E. Katiyar, “A Treatise on the Fundamentals of Ternary Arithmetic and Logic,” *International Journal of Computer Science Engineering*, vol. 6, no. 8, 2017.
- [35] G. Trishala and K. Ragini, “Design and Implementation of Ternary Logic Circuits for VLSI Applications,” *International Journal of Innovative Technology and Exploring Engineering*, vol. 9, 2020.
- [36] “Ternary computer - Wikipedia.” https://en.wikipedia.org/wiki/Ternary_computer/, September 2016.
- [37] L. Borkowski, *Jan Łukasiewicz Selected works*. North-Holland Publishing Company, 1970.
- [38] I. L. Bajec, N. Zimic, and M. Mraz, “Towards the bottom-up concept: extended quantum-dot cellular automata,” *Microelectronic engineering*, vol. 83, no. 4/9, 2006.
- [39] I. L. Bajec, N. Zimic, and M. Mraz, “The ternary quantum-dot cell and ternary logic,” *Nanotechnology*, vol. 17, no. 8, 2006.
- [40] P. Pečar, “Uporaba adiabatnega pristopa pri realizaciji trojiškega procesiranja na osnovi kvantnih celičnih avtomatov,” Master’s thesis, Faculty of computer and Information science, University of Ljubljana, 2007.
- [41] P. Pečar, M. Mraz, N. Zimic, and I. L. Bajec, “Solving the ternary quantum-dot cellular automata logic gate problem by means of adiabatic switching,” *Japanese journal of applied physics*, vol. 47, no. 6, 2008.
- [42] P. Pečar, A. Ramšak, N. Zimic, M. Mraz, and I. L. Bajec, “Adiabatic pipelining: A key to ternary computing with quantum dots,” *Nanotechnology*, vol. 19, no. 49, 2008.