3. Petrijeve mreže

Vsebina 2.sklopa predavanj OMIS
(3.VSŠ/LS+PO)

3.1. Osnovni pojmi

- Poljuben dinamične sistem lahko opišemo z:
  - T - Akcijami (angl. Transitions)
  - P - Pogoji (angl. Places)
  - I,O - Enosmernih povezav med akcijami in pogoji (in obratno)
  - Žetoni, ki nam za posamezen pogoj povedo, v kolikšni meri (kolikorat) pogoj izpolnjen
- Grafične ponazoritve:
  - Pogoj: krog
  - Akcija: pravokotnik
  - Enosmerna povezava: puščica
  - Žeton: pika (ob velikem številu žetonov v pogoju kar število n)

- Definicija PM: PM je definirana kot četvorček C=(P,T,I,O), pri čemer je P končna množica pogojev, T končna množica akcij, I in O pa vhodna in izhodna funkcija. Množici P in T sta si tuji.
- I določa množico pogojev, iz katerih vstopajo povezave (puščice) v posamezne akcije
- O določa množico pogojev, v katere vstopajo povezave (puščice) iz posameznih akcij
- Puščice povezujejo torej le akcije s pogoji in obratno NE pa pogojev s pogoji ali akcije z akcijami

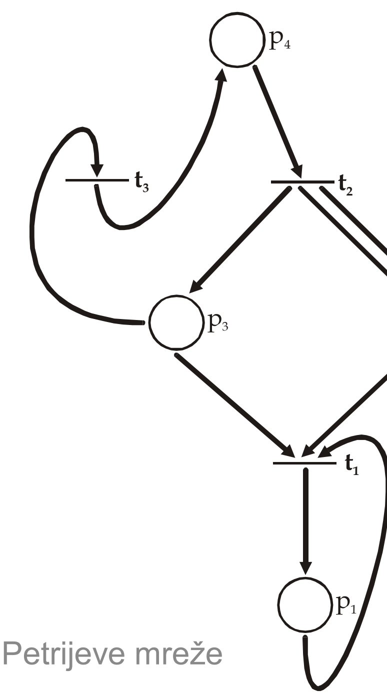
- Če je število akcij m in število pogojev n, sta I in O matriki reda m*n
- Formalni zapis PM: C=(P,T,I,O)-> navedi množici P,T in matriki I,O
- Graf PM -> podaj - nariši graf z gradniki: pogoji, akcije, ustrezne medsebojne povezave in ustrezno število pogojev v mreži
- Def.grafa PM: Graf PM je bipartitni usmerjeni graf G=(V,A), kjer V (V=T U P) predstavlja množico vozlišč in A množico povezav med njimi (ai=(vj,vk))

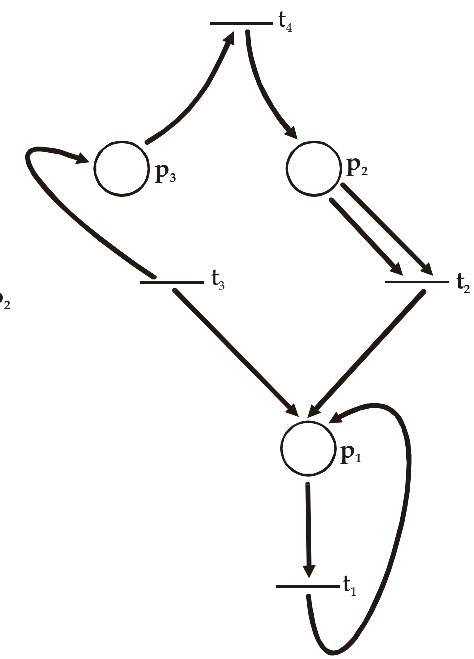
- Velja relacija: $\forall a_i = (v_j, v_k), (v_j \in T) AND (v_k \in P) OR (v_j \in P) AND (v_k \in T)$
- Dualna struktura PM C=(P,T,I,O) je PM C'=(T,P,I,O) – vsi pogoji preidejo v akcije in obratno

- Del formalnega zapisa:

$$I=\begin{bmatrix}1&1&1&0\\0&0&0&1\\0&0&1&0\end{bmatrix},O=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&2&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix}$$

- Ustrezni graf PM (levo) in graf dualne PM:





3.2. Označevanje PM

- Označevanje = porazdeljevanje žetonov po pogojih
- Št.žetonov v pogoju = kratnost izpolnjenega pogoja (kolikokrat je pogoj izpolnjen)
- Označitev v času t v PM: $o(t)=(o_1,o_2,\ldots, o_n)$, n – moč množice pogojev $(0=<o_i)$
- Def.: Označitev PM je funkcija, ki množico pogojev P preslika v vektor celih nenegativnih števil
- Označitev vseh stanj -> označena PM (M=(P,T,I,O,o)
- Vsaka mreža ima potencialno neskončno možnih označitev
- Trenutno stanje PM = Trenutna označitev PM

3.3. Proženje akcij v PM

- Proženje akcij odvisno od trenutne označitve
- Akcija se sproži, če je omogočena
- Omogočenost akcije <-> vsaka vstopajoča povezava lahko iz pogoja, iz katerega vodi proti akciji, zagotovi en žeton
- Def.: Akcija tj v označeni PM z označitvijo o(t) je omogočena, če za vse vhodne pogoje veljata izraza:

$$o_{p_i}(t) \geq \#(p_i, I(t_j)),$$

$$o(t) \geq e(j) * I$$

- Akcija z vžigom (izvedbo) pobere po en žeton iz vsakega vhodnega pogoja in odpošlje po vsaki izhodni povezavi (povezave, ki vodijo do izhodnih pogojev - posledic) en žeton
- Ni nujno, da je št.vstopajočih žetonov v akcijo enako št.izstopajočih žetonov iz akcije
- Trajanje akcije je hipotetično hipno (brezčasno)
- Izračun novodosežene označitve:
  - $o(t+1)=o(t)+e(j)(O-I)$

- Posebna pozornost: Akcije brez vstopajočih povezav (ves čas se lahko prožijo) – preveri z enačbo
- Drevo označitev: grafični prikaz možnih označitev, dosegljivih iz začetne označitve z dodanimi ustreznimi akcijami, ki nas po tem drevesu vodijo v globino; v drevesu naletimo na 3 posebne situacije:
  - Neskončne veje
  - Končne označitve
  - Ciklične označitve
- Drevo označitev: sekvenca označitev in akcij
- Neposredna dosegljiva označitev iz dane označitve: Nepsoredna dosegljiva označitev iz dane označitve je tista, ki jo dosežemo z izvedbo – vžigom ene akcije

- Množica dosegljivih stanj iz dane označitve: množica vseh stanj, ki jih dosežemo v poljubnem številu korakov (izvedenih akcij)

3.4. Različni zgledi modeliranja s PM