

# Poglavje 1

## Modeliranje zanesljivosti z Markovskimi procesi

Koncept modeliranja zanesljivosti sistema na osnovi Markovskih procesov temelji na naslednjih postavkah:

- na številu sestavnih delov ali *entitet* sistema,
- na RBD (angl. *reliability block diagram*) diagramu ali načinu povezovanja entitet in
- na identifikaciji vseh možnih kombinacij delovanja ali nedelovanja posameznih entitet, pri katerih sistem kot celota deluje, ali ne deluje.

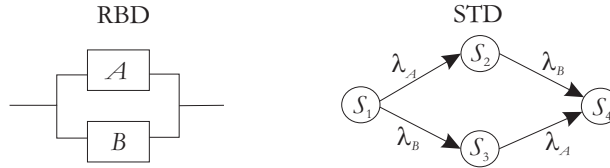
V primeru, da sistem sestavlja  $n$  entitet (komponent), smo tako soočeni z  $2^n$  različnimi možnimi stanji sistema kot celote, če se osredotočimo le na identifikacijo stanj delovanja ali nedelovanja posameznih entitet [1]. Pri tem je del teh stanj identificiran kot *delujoča stanja sistema kot celote*, preostanek teh stanj pa kot *nedelujoča stanja sistema kot celote*. Osnovna ideja modeliranja zanesljivosti na osnovi Markovskih procesov je v identifikaciji vseh možnih sistemskih stanj in povezav med njimi, ki so pogojene z *intenzivnostmi prehajanj*. Ena od značilnosti Markovskega procesa je nezmožnost pomnjenja, tako da je prehod v novo stanje pogojen le s trenutnim stanjem sistema in intenzivnostmi povezav, ki vodijo v nova stanja, ne pa od stanj, v katerih se je sistem nahajal v preteklosti.

### 1.1 Diagram prehajanja stanj

*Diagram prehajanja stanj* (angl. *state transition diagram* - STD) je definiran kot usmerjen graf, pri čemer *vozlišča* predstavljajo posamezna *sistemska stanja*, *povezave* pa *prehajanja med stanji*. Povezave so opremljene z *intenzivnostmi prehajanj* med posameznimi stanji, ki jih enačimo z *intenzivnostmi odpovedovanj*

ali *intenzivnostmi servisiranja* posameznih entitet. Obe intenzivnosti merimo s številom odpovedi na časovni interval ali številom servisiranja na časovni interval.

Predpostavimo, da imamo podan redundantni sistem v „hot standby“ konfiguraciji, sestavljen iz dveh nepopravljivih entitet  $A$  in  $B$  in njima ustrezne intenzivnosti odpovedovanja  $\lambda_A$  in  $\lambda_B$ . Za podani primer je na levem delu slike 1.1 prikazan RBD diagram, na desnem delu slike pa STD diagram ali diagram prehajanja stanj [1].



Slika 1.1: RBD diagram redundantnega „hot standby“ sistema (levo) in ustrezní diagram prehajanja stanj (desno).

Stanja STD diagrama imajo sledeče pomene:

- $S_1$ : entiteti  $A$  in  $B$  sta obe v delujočem stanju; sistem kot celota deluje;
- $S_2$ : entiteta  $A$  je v nedelujočem,  $B$  pa v delujočem stanju; sistem kot celota deluje;
- $S_3$ : entiteta  $A$  je v delujočem,  $B$  pa v nedelujočem stanju; sistem kot celota deluje;
- $S_4$ : entiteti  $A$  in  $B$  sta obe v nedelujočem stanju; sistem kot celota ne deluje;

Množico vseh stanj opazovanega sistema  $S$  tako lahko razdelimo na podmnožico delujočih stanj sistema  $D$  in podmnožico nedelujočih stanj sistema  $N$  po izrazu

$$S = \{S_1, S_2, S_3, S_4\}, D = \{S_1, S_2, S_3\}, N = \{S_4\}, S = D \cup N. \quad (1.1)$$

Vsakemu od stanj sistema lahko dodelimo tudi verjetnost  $P_i(t)$ , ki definira verjetnost nahajanja v tem stanju v časovni točki  $t$ . Z vidika zanesljivosti bi za primer s slike 1.1 lahko zapisali izraza

$$R_{sys}(t) = P_1(t) + P_2(t) + P_3(t), \quad (1.2)$$

$$F_{sys}(t) = 1 - R_{sys}(t) = P_4(t). \quad (1.3)$$

## 1.2 Primeri diagramov prehajanja stanj

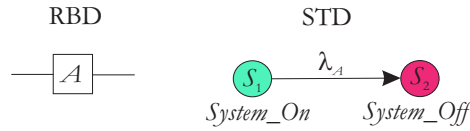
V pričujočem razdelku predstavimo nekaj primerov diagramov prehajanja stanj, povzetih po viru [1]. Pri tem na grafičnih predstavitvah STD diagramov delujoča stanja sistema označujemo z zeleno barvo, nedelujoča pa z rdečo.

### 1.2.1 Nepopravljiv neredundanten sistem

Predpostavimo, da imamo opravka s sistemom, ki ga predstavlja ena nepopravljiva entiteta. Če imamo opravka s konstantno intenzivnostjo odpovedovanja entitete  $\lambda_A$ , se zanesljivost sistema v tem primeru izraža po izrazu

$$R_{sys}(t) = e^{-\lambda_A t}, \quad (1.4)$$

RBD in STD diagrama opisanega sistema pa sta prikazana na sliki 1.2. Množice



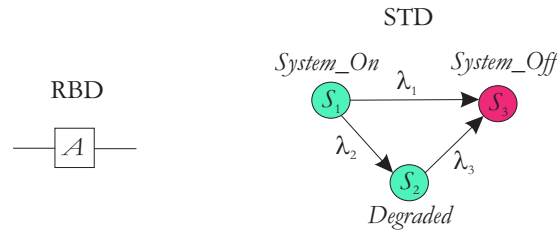
Slika 1.2: RBD diagram neredundantnega nepopravljivega sistema (levo) in ustrezni diagram prehajanja stanj (desno).

stanj sistema so definirane z izrazom

$$S = \{S_1, S_2\}, D = \{S_1\}, N = \{S_2\}. \quad (1.5)$$

### 1.2.2 Nepopravljiv opsijsko degradiran neredundanten sistem

Predpostavimo, da imamo opravka s sistemom, ki ga predstavlja ena nepopravljiva entiteta, pri čemer entiteta v delujočem stanju lahko odpove (intenzivnost odpovedovanja  $\lambda_1$ ) ali preide v degradirano delovanje (intenzivnost prehajanja  $\lambda_2$ ). Entiteta v degradiranem stanju odpove z intenzivnostjo odpovedovanja  $\lambda_3$ . RBD in STD diagrama opisanega sistema sta prikazana na sliki 1.3. Množice



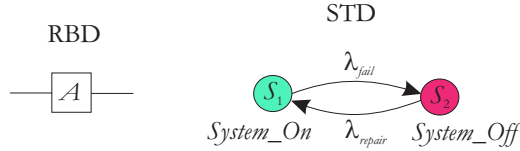
Slika 1.3: RBD diagram neredundantnega nepopravljivega sistema z opcijo degradiranega delovanja (levo) in ustrezni diagram prehajanja stanj (desno).

stanj sistema so definirane z izrazom

$$S = \{S_1, S_2, S_3\}, D = \{S_1, S_2\}, N = \{S_3\}. \quad (1.6)$$

### 1.2.3 Popravljiv neredundanten sistem

Predpostavimo, da imamo opravka s sistemom, ki ga predstavlja ena popravljiva entiteta z intenzivnostjo odpovedovanja  $\lambda_{fail}$  in intenzivnostjo servisiranja  $\lambda_{repair}$ . RBD in STD diagrama opisanega sistema sta prikazana na sliki 1.4. Množice stanj sistema so definirane z izrazom

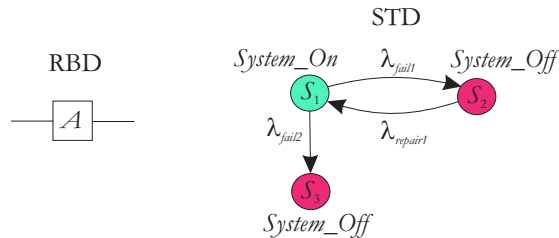


Slika 1.4: RBD diagram neredundantnega popravljivega sistema (levo) in ustrezni diagram prehajanja stanj (desno).

$$S = \{S_1, S_2\}, D = \{S_1\}, N = \{S_2\}. \quad (1.7)$$

### 1.2.4 Opcijsko popravljiv neredundanten sistem

Predpostavimo, da imamo opravka s sistemom, ki ga predstavlja ena entiteta. Slednja lahko odpove na dva načina in sicer v prvem primeru z intenzivnostjo odpovedovanja  $\lambda_{fail1}$ , pri čemer je v tem primeru možno servisiranje z intenzivnostjo servisiranja  $\lambda_{repair1}$  in v drugem primeru z intenzivnostjo odpovedovanja  $\lambda_{fail2}$ , pri čemer v tem primeru servisiranje ni možno. RBD in STD diagrama opisanega sistema sta prikazana na sliki 1.5. Množice stanj sistema so definirane



Slika 1.5: RBD diagram neredundantnega opsijsko popravljivega sistema (levo) in ustrezni diagram prehajanja stanj (desno).

z izrazom

$$S = \{S_1, S_2, S_3\}, D = \{S_1\}, N = \{S_2, S_3\}. \quad (1.8)$$

### 1.2.5 Serijski nepopravljiv sistem

Predpostavimo, da imamo opravka s sistemom, ki ga predstavlja  $n$  serijsko vezanih nepopravljivih entitet, vse entitete pa imajo intenzivnost odpovedovanja

$\lambda$ . RBD in STD diagrama opisanega sistema sta prikazana na sliki 1.6. Množice



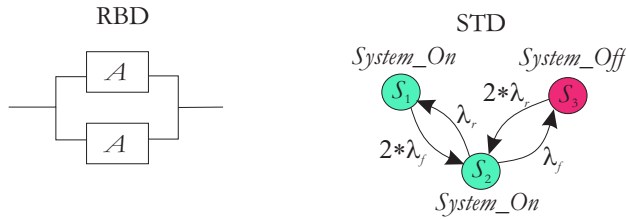
Slika 1.6: RBD diagram serijskega nepopravljivega sistema (levo) in ustrezeni diagram prehajanja stanj (desno).

stanj sistema so definirane z izrazom

$$S = \{S_1, S_2\}, D = \{S_1\}, N = \{S_2\}. \quad (1.9)$$

### 1.2.6 Redundanten popravljiv sistem

Predpostavimo, da imamo opravka s sistemom, ki ga sestavljata dve redundantni popravljivi entiteti v „hot standby“ konfiguraciji in da imata obe entiteti intenzivnost odpovedovanja  $\lambda_f$  in intenzivnost servisiranja  $\lambda_r$ . RBD in STD diagrama opisanega sistema sta prikazana na sliki 1.7. Množice stanj sistema



Slika 1.7: RBD diagram redundantnega popravljivega sistema (levo) in ustrezeni diagram prehajanja stanj (desno).

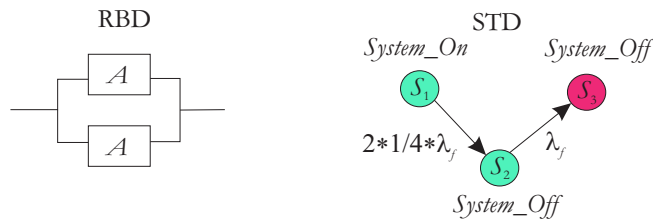
so definirane z izrazom

$$S = \{S_1, S_2, S_3\}, D = \{S_1, S_2\}, N = \{S_3\}. \quad (1.10)$$

### 1.2.7 Redundanten nepopravljiv sistem s spremenljivo intenzivnostjo odpovedovanja

Predpostavimo, da imamo opravka s sistemom, ki ga sestavljata dve zanesljivo ekvivalentni redundantni nepopravljivi entiteti. V primeru hkratnega deljenega servisiranja bremena obeh komponent (angl. *load sharing*), je intenzivnost odpovedovanja ena četrtina intenzivnosti odpovedovanja  $\lambda_f$ , ki glasi na posamezno entiteto. RBD in STD diagrama opisanega sistema sta prikazana na sliki 1.8. Množice stanj sistema so definirane z izrazom

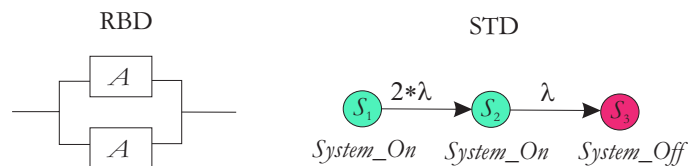
$$S = \{S_1, S_2, S_3\}, D = \{S_1, S_2\}, N = \{S_3\}. \quad (1.11)$$



Slika 1.8: RBD diagram redundantnega nepopravljivega sistema s spremenljivo intenzivnostjo odpovedovanja (levo) in ustrezeni diagram prehajanja stanj (desno).

### 1.2.8 Nepopravljiv „hot standby“ sistem z dvema enakima entitetama

Predpostavimo, da imamo opravka s sistemom, ki ga sestavljata dve enaki redundantni nepopravljivi entiteti v „hot standby“ konfiguraciji. Njuna intenzivnost odpovedovanja je  $\lambda$ . RBD in STD diagrama opisanega sistema sta prikazana na sliki 1.9. Množice stanj sistema so definirane z izrazom



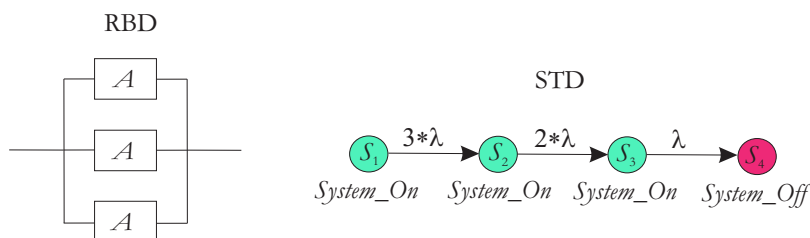
Slika 1.9: RBD diagram redundantnega „hot standby“ sistema z dvema enakima nepopravljivima entitetama (levo) in ustrezeni diagram prehajanja stanj (desno).

$$S = \{S_1, S_2, S_3\}, D = \{S_1, S_2\}, N = \{S_3\}. \quad (1.12)$$

Na tem mestu opravimo primerjavo med primeroma na slikah 1.1 in 1.9. Sistema se razlikujeta samo v različnosti/enakosti komponent v „hot standby“ vezavi. STD diagram prvega primera razlikuje med okvaro prve in druge entitete, STD diagram drugega primera pa med okvarama ne razlikuje. Odtod tudi različno število stanj v diagramih prehanja med stanji.

### 1.2.9 Nepopravljiv „hot standby“ sistem s tremi enakimi entitetami

Predpostavimo, da imamo opravka s sistemom, ki ga sestavljajo tri enake redundantne nepopravljive entitete v „hot standby“ konfiguraciji. Njihova intenzivnost odpovedovanja je  $\lambda$ . RBD in STD diagrama opisanega sistema sta prikazana na sliki 1.10. Množice stanj sistema so definirane z izrazom

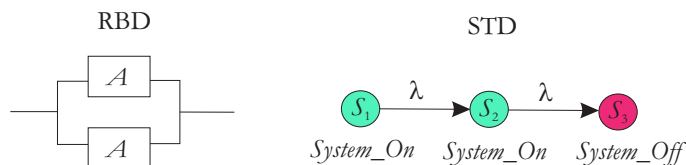


Slika 1.10: RBD diagram redundantnega „hot standby“ sistema s tremi enakimi nepopravljivimi entitetami (levo) in ustreznim diagramom prehajanja stanj (desno).

$$S = \{S_1, S_2, S_3, S_4\}, D = \{S_1, S_2, S_3\}, N = \{S_4\}. \quad (1.13)$$

### 1.2.10 Nepopravljiv „cold standby“ sistem z dvema enakima entitetama

Predpostavimo, da imamo opravka s sistemom, ki ga sestavljata dve enaki redundantni nepopravljivi entiteti v „cold standby“ konfiguraciji. Njuna intenzivnost odpovedovanja je  $\lambda$ . RBD in STD diagrama opisanega sistema sta prikazana na sliki 1.11. Množice stanj sistema so definirane z izrazom

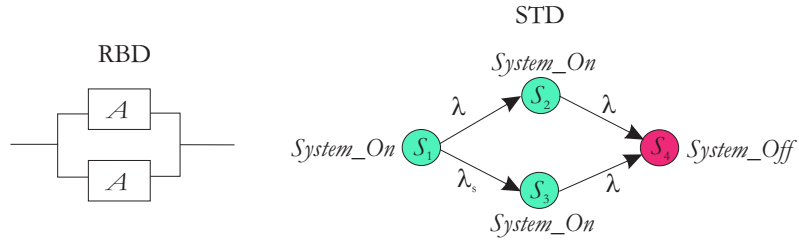


Slika 1.11: RBD diagram redundantnega „cold standby“ sistema z dvema enakima nepopravljivima entitetama (levo) in ustreznim diagramom prehajanja stanj (desno).

$$S = \{S_1, S_2, S_3\}, D = \{S_1, S_2\}, N = \{S_3\}. \quad (1.14)$$

### 1.2.11 Nepopravljiv „cold standby“ sistem z dvema enakima entitetama in negativnim vplivom okolja hrambe

Predpostavimo, da imamo opravka s sistemom, ki ga sestavljata dve enaki redundantni nepopravljivi entiteti v „cold standby“ konfiguraciji. Njuna intenzivnost odpovedovanja v fazi servisiranja bremena je  $\lambda$ , poleg tega pa ima na rezervno entiteto dodaten negativni vpliv okolje hrambe, tako da ima entiteta v rezervi ob neaktivnosti intenzivnost odpovedovanja  $\lambda_s$ . RBD in STD diagrama opisanega sistema sta prikazana na sliki 1.12. Množice stanj sistema so

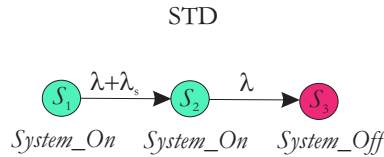


Slika 1.12: RBD diagram redundantnega „cold standby“ sistema z dvema enakima nepopravljivima entitetama in negativnim vplivom okolja (levo) in ustrezeni diagram prehajanja stanj (desno).

definirane z izrazom

$$S = \{S_1, S_2, S_3, S_4\}, D = \{S_1, S_2, S_3\}, N = \{S_4\}. \quad (1.15)$$

Diagram prehajanja stanj s slike 1.12 lahko poenostavimo z združitvijo stanj  $S_2$  in  $S_3$ . Tako pridemo do poenostavljene sheme, ki je predstavljena na sliki 1.13.



Slika 1.13: Optimiziran diagram prehajanja stanj.

### 1.2.12 TMR sistem z nepopravljivimi entitetami in idealnim glasovalnikom

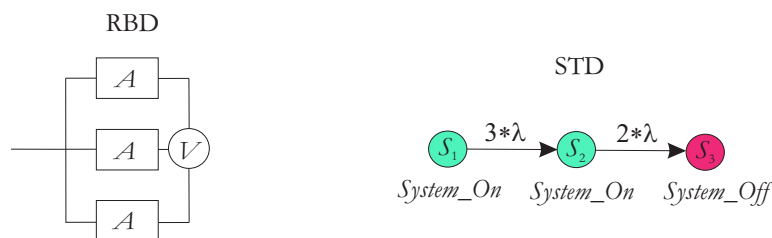
Predpostavimo, da imamo opravka s TMR sistemom (angl. *triple modular redundancy*), ki ga sestavljajo tri enake nepopravljive entitete. Njihove intenzivnosti odpovedovanja so  $\lambda$ , za glasovalnik  $V$  pa predpostavimo, da je idealen. RBD in STD diagrama opisanega sistema sta prikazana na sliki 1.14. Množice stanj sistema so definirane z izrazom

$$S = \{S_1, S_2, S_3\}, D = \{S_1, S_2\}, N = \{S_3\}. \quad (1.16)$$

### 1.2.13 Enostaven računalniški sistem

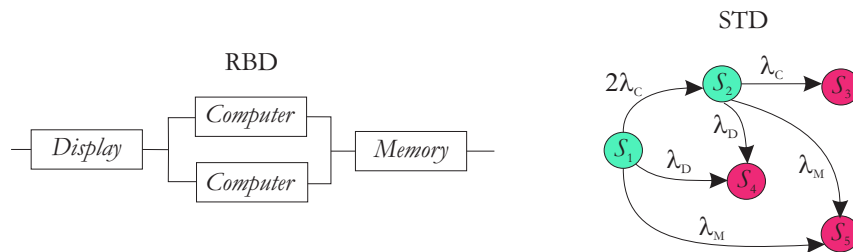
Predpostavimo, da imamo opravka z enostavnim računalniškim sistemom, ki je sestavljen iz zaslona, dveh računalnikov v „hot standby“ redundanci in zunanega pomnilnega sistema - pomnilnika. Zaslona odpoveduje z intenzivnostjo





Slika 1.14: RBD diagram nepopravljivega TMR sistema (levo) in ustrezni diagram prehajanja stanj (desno).

odpovedovanja  $\lambda_D$ , posamezni računalnik z intenzivnostjo  $\lambda_C$  in pomnilnik z intenzivnostjo  $\lambda_M$ . Vse štiri entitete sistema so nepopravljive. RBD in STD diagrama opisanega sistema sta prikazana na sliki 1.15, pri čemer zaradi preglednosti ne navajamo lingvističnih opisov statusov (ne)delujočih stanj. Množice



Slika 1.15: RBD (levo) in STD diagram (desno) enostavnega računalniškega sistema.

stanj sistema so definirane z izrazom

$$S = \{S_1, S_2, S_3, S_4, S_5\}, D = \{S_1, S_2\}, N = \{S_3, S_4, S_5\}, \quad (1.17)$$

njihovi pomeni pa so sledeči:

- $S_1$ : delujejo vse štiri komponente sistema (delujoče stanje sistema),
- $S_2$ : eden od računalnikov je v odpovedi (delujoče stanje sistema),
- $S_3$ : oba računalnika sta v odpovedi (nedelujoče stanje sistema),
- $S_4$ : zaslon je v odpovedi (nedelujoče stanje sistema),
- $S_5$ : pomnilnik je v odpovedi (nedelujoče stanje sistema).

Z vidika zanesljivosti bi za podani primer lahko zapisali izraza

$$R_{sys}(t) = P_1(t) + P_2(t), \quad (1.18)$$

$$F_{sys}(t) = 1 - R_{sys}(t) = P_3(t) + P_4(t) + P_5(t), \quad (1.19)$$

pri čemer  $P_i(t)$  predstavlja verjetnost nahajanja sistema v časovni točki  $t$  v  $i$ -tem stanju.

### 1.2.14 Povzetek primerov diagramov prehajanja stanj

Iz predstavljenih primerov lahko ugotovimo, da so RBD diagrami v primerjavi s STD diagrami lahko dvoumni (npr. ne izkazujejo razlike med „hot“ in „cold standby“ redundanco) in vsebujejo manj informacij o opazovanem sistemu. Glede na povedano je za natančnejšo predstavitev sistema priporočljivo uporabljati STD diagrame.

## 1.3 Izračun zanesljivosti sistema na osnovi diagrama prehajanja stanj

Za izračun zanesljivosti sistema na osnovi STD diagramov lahko posežemo po matematičnih izrazih iz poglavja o teoriji zanesljivosti (pri tem imamo v mislih matematične izraze za paralelne in serijske vezave), ali pa po diferencialnih enačbah, ki predstavljajo osnovno orodje za izračunavanje verjetnosti stanj v Markovskih procesih.

V splošnem predpostavljamo, da je prostor stanj v STD diagramih diskreten, kar pomeni, da ob  $n$  stanjih v sistemu velja izraz

$$\sum_{i=1}^n P_i(t) = 1, \quad (1.20)$$

pri čemer je  $P_i(t)$  verjetnost nahajanja sistema v  $i$ -tem stanju v času  $t$ . Istočasno moramo za opazovani sistem določiti začetno stanje, v katerem se sistem nahaja ob začetku eksploatacije ( $\exists! i : P_i(0) = 1; j \neq i, 1 \leq j \leq n : P_j(0) = 0$ ).

Intenzivnost prehajanja med stanjema  $i$  in  $j$  označimo z  $\rho_{ij}$ . Glede na podane spremenljivke po viru [2] velja izraz

$$\frac{dP_i(t)}{dt} = -P_i(t) * \left( \sum_{j \neq i} \rho_{ij} \right) + \left( \sum_{j \neq i} \rho_{ji} P_j(t) \right). \quad (1.21)$$

Prvi del desne strani izraza (1.21) ponazarja doprinose intenzivnosti prehajanj iz opazovanega  $i$ -tega stanja, drugi del desne strani izraza pa doprinose intenzivnosti prehajanj v opazovano  $i$ -to stanje. Za vsako stanje v STD diagramu moramo tako nastaviti izraz za njegovo verjetnost po izrazu (1.21).

Za primer izračuna izberimo redundantni sistem dveh različnih nepopravljivih komponent v „hot standby“ vezavi, ki smo ga predhodno prikazali na sliki 1.1. Ob predpostavkah, da sta intenzivnosti odpovedovanja  $\lambda_A$  in  $\lambda_B$  v času konstantni in da se v časovni točki  $t$  ne more poroditi več kot eno prehajanje, za sistem štirih stanj nastavimo naslednje diferencialne enačbe [3]:

- stanje 1: ker v stanje 1 ne moremo vstopati, iz njega pa lahko le izstopamo preko povezav  $\lambda_A$  in  $\lambda_B$ , nastavimo izraz

$$\frac{dP_1(t)}{dt} = -\lambda_A P_1(t) - \lambda_B P_1(t); \quad (1.22)$$

- stanje 2: ker v stanje 2 lahko vstopamo le iz stanja 1 preko povezave  $\lambda_A$ , iz njega pa lahko izstopamo le preko povezave  $\lambda_B$ , nastavimo izraz

$$\frac{dP_2(t)}{dt} = \lambda_A P_1(t) - \lambda_B P_2(t); \quad (1.23)$$

- stanje 3: ker v stanje 3 lahko vstopamo le iz stanja 1 preko povezave  $\lambda_B$ , iz njega pa lahko izstopamo le preko povezave  $\lambda_A$ , nastavimo izraz

$$\frac{dP_3(t)}{dt} = \lambda_B P_1(t) - \lambda_A P_3(t); \quad (1.24)$$

- stanje 4: ker v stanje 4 lahko le vstopamo (absorbirajoče stanje) iz stanja 2 preko povezave  $\lambda_B$  in iz stanja 3 preko povezave  $\lambda_A$ , nastavimo izraz

$$\frac{dP_4(t)}{dt} = \lambda_B P_2(t) + \lambda_A P_3(t); \quad (1.25)$$

Pri tem  $P_i(t)$  predstavlja verjetnost nahajanja sistema v  $i$ -tem stanju sistema. Če na tem mestu opustimo ročne metode reševanja sistema diferencialnih enačb in ta problem zaupamo v reševanje programskemu orodju za numerično računanje MATLAB, pridemo do rešitev enačb

$$P_1(t) = e^{-(\lambda_A + \lambda_B)*t}, \quad (1.26)$$

$$P_2(t) = e^{-\lambda_B*t} - e^{-(\lambda_A + \lambda_B)*t}, \quad (1.27)$$

$$P_3(t) = e^{-\lambda_A*t} - e^{-(\lambda_A + \lambda_B)*t}, \quad (1.28)$$

$$P_4(t) = 1 - e^{-\lambda_A*t} - e^{-\lambda_B*t} - e^{-(\lambda_A + \lambda_B)*t}. \quad (1.29)$$

Zanesljivost sistema kot celote glede na delujoča stanja  $S_1$ ,  $S_2$  in  $S_3$  zapišemo z izrazom

$$R_{sys}(t) = P_1(t) + P_2(t) + P_3(t), \quad (1.30)$$

njegovo nezanesljivost pa z izrazom

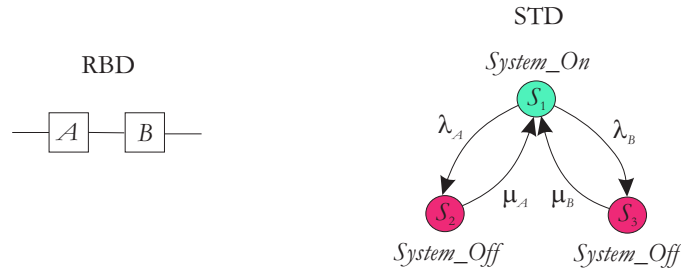
$$F_{sys}(t) = P_4(t). \quad (1.31)$$

STD diagram s slike 1.1 lahko ponazorimo tudi z matriko intenzivnosti prehajanja stanj (angl. *transition rate matrix* - TRM matriko). Za podani primer matriko zapišemo z izrazom

$$TRM = \begin{bmatrix} 0 & \lambda_A & \lambda_B & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_B \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_A \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (1.32)$$

pri čemer indeksi vrstic glasijo na izvorna stanja, indeksi stolpcev pa na ponorna stanja glede na smeri povezav ali intenzivnosti prehajanj.

Markovski procesi za določanje zanesljivosti sistemov so praktični za uporabo predvsem v primerih, ko v sistemih nastopajo popravljive komponente. Za primer povzemimo sistem z dvema popravljivima komponentama  $A$  in  $B$  povzet po [3], pri čemer sta komponenti vezani serijsko. Intenzivnosti odpovedovanja sta po vrsti  $\lambda_A$  in  $\lambda_B$ , intenzivnosti servisiranja pa  $\mu_A$  in  $\mu_B$ . RBD in STD diagrama opisanega sistema sta predstavljena na sliki 1.16, ustrezne diferencialne



Slika 1.16: RBD (levo) in STD diagram (desno) popravljivega serijskega sistema.

enačbe za posamezna stanja v izrazih

$$\frac{dP_1(t)}{dt} = -\lambda_A P_1(t) - \lambda_B P_1(t) + \mu_A P_2(t) + \mu_B P_3(t), \quad (1.33)$$

$$\frac{dP_2(t)}{dt} = \lambda_A P_1(t) - \mu_A P_2(t), \quad (1.34)$$

$$\frac{dP_3(t)}{dt} = \lambda_B P_1(t) - \mu_B P_3(t), \quad (1.35)$$

TRM matrika pa v izrazu

$$TRM = \begin{bmatrix} 0 & \lambda_A & \lambda_B \\ \mu_A & 0 & 0 \\ \mu_B & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (1.36)$$

Na tem mestu manjka samo še rešitev sistema diferencialnih enačb, do katere zopet najenostavneje pridemo s programskimi orodji za numerično računanje.

V večini primerov izračunov zanesljivosti na osnovi Markovskih procesov ne izvajamo ročno, niti ne z orodji za numerično računanje, temveč s pomočjo računalniških zanesljivostnih programskih orodij, ki si jih bomo ogledali v enem od naslednjih poglavij.

## 1.4 Metoda približne ocene zanesljivosti sistema na osnovi diagrama prehajanja stanj

Nekaj metod za numerični izračun systemske zanesljivosti  $R_{sys}(t)$  smo si ogledali že v poglavju o teoriji strežbe in v predhodnjih razdelkih pričujočega poglavja. V pričujočem razdelku si bomo ogledali še metodo izdelave približne ocene zanesljivosti na osnovi STD diagrama.

Predpostavimo, da je STD diagram sestavljen iz zaporedja prehajanj brez povratnih zank (ciklov). V tem primeru si lahko pomagamo s približno oceno zanesljivosti v časovni točki  $t$  pri dolžini zaporedja  $N$  prehajanj po izrazu

$$R_{sys}(t, N) \approx 1 - \frac{(\prod_{i=1}^N \lambda_i) * t^N}{N!}, \quad (1.37)$$

pri čemer je absolutna velikost napake podana z izrazom

$$|Error| < \frac{(\prod_{i=1}^N \lambda_i)(\sum_{i=1}^N \lambda_i) * t^{N+1}}{(N + 1)!}. \quad (1.38)$$

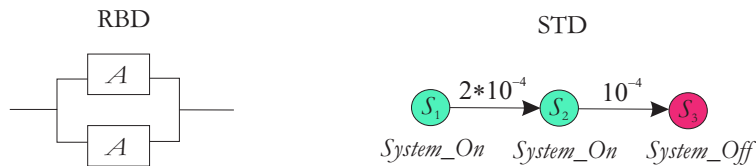
Izpeljavo obeh ocen si bralec lahko ogleda v delu [1].

V primeru sistema s slike 1.17, v katerem sta zvezani dve nepopravljivi entiteti paralelno po konceptu „hot standby“ z intenzivnostima odpovedovanja  $10^{-4}$  odpovedi na uro, bi tako lahko izračunali oceno zanesljivosti po 1 uri delovanja po izrazu

$$R_{sys}(t, N) \approx 1 - \frac{2 * 10^{-4} * 10^{-4} * 1^2}{2!} = 1 - 10^{-8}, \quad (1.39)$$

pri čemer je absolutna velikost napake izračunana z izrazom

$$|Error| < \frac{(2 * 10^{-4} * 10^{-4}) * (2 * 10^{-4} + 10^{-4}) * 1^3}{3!} = 10^{-12}. \quad (1.40)$$



Slika 1.17: RBD diagram redundantnega „hot standby“ sistema z dvema enakima nepopravljivima entitetama (levo) in ustrezni diagram prehajanja stanj (desno).

Na podoben način bi lahko na hiter način približno ocenili zanesljivosti sistemov opisanih v prejšnjih razdelkih, seveda le v primerih, kjer v STD diagramih nimamo ciklov.



# Literatura

- [1] J. Pukite and P. Pukite, *Modelling for Reliability Analysis*. IEEE Press, ZDA, 1998.
- [2] M. Modarres, M. Kaminskiy, and V. Krivtsov, *Reliability engineering and risk analysis*. Marcel Dekker Inc., 1999.
- [3] B. Dodson and D.Nolan, *Reliability engineering handbook*. Marcel Dekker, Inc., 1999.